הרצאה 1

לוגיקה מתמטית.

ללוגיקה תפקיד חשוב במדעי המחשב.חוקי הלוגיקה מאפשרים לתכנן ולבנות מעגלי חומרה,לתכנןאלגוריתמים וכו'.

**לוגיקה עוסקת בפסוקים ובקשרים ביניהם.**

הגדרות של המונחים היסודיים בלוגיקה:

**1. הגדרת המונח "פסוק":**

פסוק - משפט חיווי שהוא אמיתי או שקרי אך לא שניהם.

דוגמאות:

2+3= 5 פסוק אמת

X+1=2 אינו פסוק

אני משקר עכשיו אינו פסוק

מה השעה אינו פסוק

**2. הגדרת המונח "קשר לוגי"**

קשר לוגי – מילות חיבור (קישור) בעלות משמעות לוגית.

דוגמאות:

או

לא

וגם

אם..... אז

אם ורק אם

**3.הגדרת המונח "פסוק אטומי"**

פסוק אטומי – פסוק נטול קשרים לוגיים

דוגמאות:

אני אוהב מתמטיקה בדידה 1 (פסוק אטומי)

היום יום ראשון. (פסוק אטומי)

אם יורד גשם ,אז הכביש רטוב.(אינו פסוק אטומי)

**4. הגדרת המונח "פסוק מורכב"**

פסוק מורכב –פסוק המכיל קשר לוגי אחד או יותר.

דוגמאות:

אני אוהב תה וגם קפה. (פסוק מורכב)

אם היום יום ראשון , אז מחר יהיה יום שלישי (פסוק מורכב)

אני לא אוהב ללמוד.(פסוק מורכב)

**5.הגדרת המונח "קבוע לוגי"**

קבוע לוגי (בוליאני) –קבוע אשר מקבל אחד(ורק אחד) משני ההערכים האפשריים

אמת= T, שקר= F

6.הגדרת המונח "משתנה לוגי "(בוליאני)

משתנה לוגי –משתנה המייצג פסוק (אטומי או מורכב).

משתנה לוגי מסמנים באותיות:p ,q, r, s,…

כל פסוק ניתן להציג כפונקציה של משתנים לוגיים בצורה הבאה:

.

7. הגדרת המונח "השמה"

השמה –הצבה הקובעת לכל פסוק קבוע לוגי (T או F)

דוגמה:

נתון פסוק : 

להלן דוגמאות של השמות עבור הפסוק הנתון.



**8. הגדרת המונח "ערך האמת של פסוק"**

ערך האמת של פסוק- הקבוע הלוגי המתאים לפסוק (על ידי השמה או כתוצר פעולות חישוב לוגיות)

דוגמאות

ערך האמת של הפסוק "היום יום חול" שווה ל T ביום חול

ערך האמת של הפסוק "היום יום חול" שווה ל F ראש השנה.

ערך האמת של הפסוק 

שווה ל T עבור ההשמות 

שוו ל F עבור ההשמות 

**9. הגדרה של "טבלת אמת של פסוק"**

טבלת אמת של פסוק – כלי המאפשר לתאר את ערך האמת של פסוק עבור כל ההשמה האפשרית.

דוגמה:

נתון פסוק בעל משתנה לוגי אחד.

טבלת אמת של הפסוק ניתן להציג על ידי טבלה הבאה:

|  |  |
| --- | --- |
|  | p |
|  | T |
|  | F |

נתון פסוק בעל שני משתנים לוגיים.

טבלת אמת של הפסוק ניתן להציג על ידי טבלה הבאה:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | q | p |
|  | T | T |
|  | F | T |
|  | T | F |
|  | F | F |

נתון פסוק בעל שלושה משתנים לוגיים.

טבלת אמת של הפסוק ניתן להציג על ידי טבלה הבאה:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | r | q | p |
|  | T | T | T |
|  | F | T | T |
|  | T | F | T |
|  | F | F | T |
|  | T | T | F |
|  | F | T | F |
|  | T | F | F |
|  | F | F | F |

**הערה:**

לפסוק בעל משתנים לוגיים יש  ערכי האמת לכן בטבלת אמת

יהיו שורות.

**10. הגדרת המונח "שקילות פסוקים"**

שני פסוקים שקולים זה לזה אם יש להם אותה טבלת אמת.

סימון : 

**11. הגדרת המונח "טוטולוגיה"**

פסוק נקרא טוטולוגיה אם הוא שקול לקבוע לוגי T

**12. הגדרת המונח "סתירה"**

פסוק נקרא סתירה אם הוא שקול ל קבוע לוגי F.

13. הגדרת המונח "זהות לוגית"

זהות לוגית היא שקילות בין שני פסוקים לוגיים.

סימון:



**תחשיב הפסוקים – קשרים לוגיים בסיסים.**

קשרים לוגיים בסיסים מגדירים על ידי טבלת אמת.

**קשר השלילה (לא) (not)**

**סימון:** 

|  |  |
| --- | --- |
|  | p |
| F | T |
| T | F |

**תכונות:**



**הקשר וגם (and)**

**סימון:** 

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | q | p |
| T | T | T |
| F | F | T |
| F | T | F |
| F | F | F |

**תכונות:**



**הקשר או (or)**

**סימון:** 

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | q | p |
| T | T | T |
| T | F | T |
| T | T | F |
| F | F | F |

**תכונות:**



**קשר הגרירה (אם.... ,אז) ( (implication**

**סימון:** 

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | q | p |
| T | T | T |
| F | F | T |
| T | T | F |
| T | F | F |

**תכונות:**



**קשר השקילות (אם ורק אם) (equivalence)**

**סימון:** 

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | q | p |
| T | T | T |
| F | F | T |
| F | T | F |
| T | F | F |

**תכונות:**



**קשר "xor "**

**סימון:** 

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | q | p |
| F | T | T |
| T | F | T |
| T | T | F |
| F | F | F |

**תכונות:**



**זהויות לוגיות יסודיות**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **שם הזהות** | **הזהות הלוגית** |
| **1** | **טוטולוגיה בסיסית** |  |
| **2** | **סתירה בסיסית** |  |
| **3** | **כלל הזהות** |  |
| **4** | **כללי השליטה** |  |
| **5** | **כלל הכפילות** |  |
| **6** | **שלילה כפולה** |  |
| **7** | **כללי החילוף** |  |
| **8** | **כללי הקיבוץ** |  |
| **9** | **כללי הפילוג** |  |
| **10** | **כלל הבליעה** |  |
| **11** | **כללי דה –מורגן** |  |
| **12** | **כלל הגרירה** |  |

**סדר הקדימות של הקשרים הלוגיים**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **שם הקשר** | **סימון** | **קדימות פנימית** |
| **סוגריים** |  | **מהפנים לחוץ** |
| **שלילה** |  | **מימין לשמאל** |
| **וגם** |  | **משמאל לימין** |
| **או** |  | **משמאל לימין** |
| **גרירה** |  | **משמאל לימין** |
| **שקילות, xor** |  | **משמאל לימין** |

**דוגמאות:**



**עקרון הדואליות:**

**מכל זהות לוגית שמכילה את הקשרים**  וקבועים לוגיים F , T

ניתן לקבל זהות לוגית חדשה על ידי פעולות הבאות:



דוגמאות:

|  |  |
| --- | --- |
| **זהות דואלית** | **זהות** |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

.